

עבודת קיץ לעולים לי"א, 4 יח"ל  
במתמטיקה  
ספר ג, יואל גבע  
הנדסה אנליטית. תר. 1-23  
עמ. 195-198  
גיאומטרייה: תר. 1-20  
עמ. 346-343  
טריגונומטרייה : תר. 1-20  
430-433

## משוואת המשיק - תרגילים הכוללים פרמטרים

1. מצא את ערכו של הפרמטר  $p$  לפי הנתונים  $(0 < p)$ :

- הישר  $y = 2x - p$  משיק לגרף הפרבולה  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .
- הישר  $y = -3x + p$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x^2$ .
- הישר  $y = p$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x$ .
- הישר  $y = 19x + p$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x - 1$ .
- הישר  $x + 9y + p = 0$  מאונך למשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x^2$  בנקודת ההשקה.

2. לגרף הפונקציה:  $f(x) = px^4 + 8x^2 - 5x$  משיקים שני ישרים מקבילים בנקודות בהן  $x = -2$  ו:  $x = 2$ . מצא את:

- ערכו של הפרמטר  $p$ .
- משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות בהן:  $x = 1$  ו:  $x = -1$ .
- שיעורי נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת בסעיף ב'.

3. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 + x^2 + ax$  ( $a < 0$ ) בנקודה בה  $x = -1$  גדול פי שניים משיפוע הישר המשיק לגרף בנקודה בה:  $x = 1$ .

- מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .
- מצא את משוואות המשיקים ואת נקודת החיתוך ביניהם.

4. ישר משיק לפונקציה:  $f(x) = x^4 - 8x^2 + x + 18$  בשתי הנקודות בהן:  $x = 2$  ו-  $x = a$  ( $a < 0$ ).

- מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .
- חשב את הזווית שיוצר המשיק עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

5. נתונות הפונקציות:  $f(x) = x^2 + ax + 1$  ו-  $g(x) = x^4 + x^2 + x$ . לכל אחת מהפונקציות מעבירים משיק בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ . משיקים אלו מקבילים זה לזה.

מצא את ערכו של הפרמטר  $a$  ואת משוואות המשיקים המקבילים.

6. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = 2x^3 + ax^2$  בנקודה בה  $x = a$  הוא 8.

- מצא את ערכו של הפרמטר  $a$  ( $0 < a$ ).

ב. ישר נוסף ששיפועו 4 משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $M$  הנמצאת ברביע השלישי.

מצא את שיעורי הנקודה  $M$ .

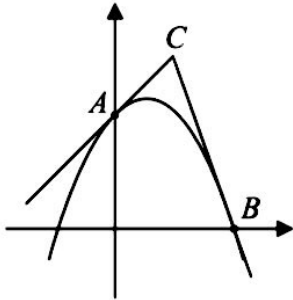
7. הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 + 7px$  בנקודה בה  $x = 1$  מקביל לישר המשיק לגרף הפונקציה  $g(x) = px^4 - 22x + 3$  בנקודה בה  $x = 2$ . מצא את:

- ערכו של הפרמטר  $p$ .
- משוואות שני המשיקים.

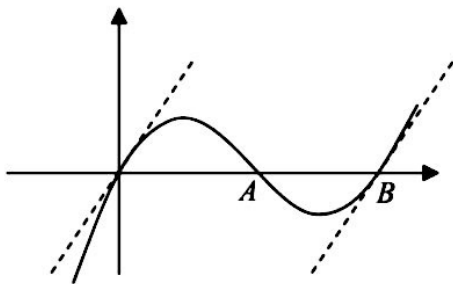
8. ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^6 + x^2 - bx$  בנקודה בה  $x = -1$ , מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה  $g(x) = x^3 + bx^2 + 23x$  בנקודה בה  $x = 2$ . מצא את:

- ערכו של הפרמטר  $b$ , שהוא מספר שלם.
- משוואות המשיקים ואת שיעורי נקודת החיתוך ביניהם.

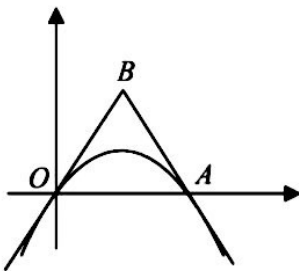
## משוואת המשיק - תרגילים הכוללים גרפים



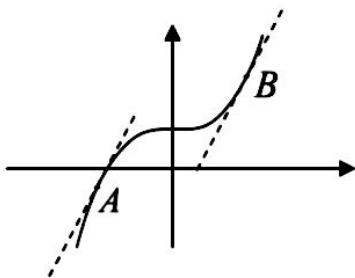
1. הפרבולה  $f(x) = -x^2 + x + 2$  חותכת את ציר ה-y ואת ציר ה-x בנקודות A ו-B בהתאמה. מצא את:
  - א. שיעורי הנקודות A ו-B.
  - ב. משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודות A ו-B.
  - ג. שיעורי הנקודה C בה נחתכים שני המשיקים.



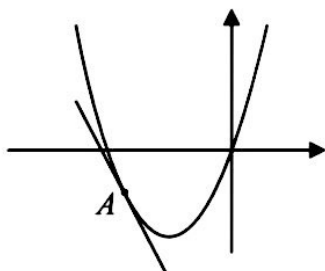
2. גרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$  חותך את ציר ה-x בראשית הצירים ובנקודות A ו-B כמתואר בשרטוט.
  - א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
  - ב. מצא את משוואת הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בראשית הצירים ובנקודה B.
  - ג. קבע האם משיקים אלו מקבילים זה לזה או נחתכים.



3. גרף הפרבולה  $f(x) = -x^2 + 8x$  חותך את ציר ה-x בראשית הצירים ובנקודה A.
  - א. מצא את משוואת הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בראשית הצירים ובנקודה A.
  - ב. מצא את שיעורי הנקודה B בה נחתכים המשיקים.
  - ג. חשב את שטח המשולש  $\triangle ABO$ .



4. לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 + 2$  משיקים שני ישרים בנקודה B ששיעור ה-x שלה הוא 2 ובנקודה A.
  - א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה B.
  - ב. נתון ששני המשיקים מקבילים זה לזה. מצא את שיעורי הנקודה A.
  - ג. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-y.



5. דרך הנקודה A הנמצאת על גרף הפרבולה  $f(x) = x^2 + 3x$  ברביע השלישי, עובר משיק ששיפועו -1.
  - א. מצא את שיעורי הנקודה A.
  - ב. דרך הנקודה A העבירו ישר המאונך למשיק (נורמל), אשר חותך את ציר ה-x בנקודה B. מצא את שיעורי הנקודה B.
  - ג. חשב את שטח המשולש שצלעותיו על המשיק, הנורמל וציר ה-x.

1. נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax$ . שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה  $x = 3$  הוא 12.
  - א. מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .
  - ב. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
    1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
    2. נקודות החיתוך עם הצירים.
    3. תחומי העליה והירידה.
  - ג. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - ד. מצא כמה פתרונות יש למשוואה:  $f(x) = 4.5$ . נמק.
2. גרף הפונקציה  $f(x) = 2x^5 + mx^4 + 3$  עובר בנקודה  $(1,0)$ .
  - א. מצא את ערכו של הפרמטר  $m$ .
  - ב. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
    1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
    2. תחומי העליה והירידה.
  - ג. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - ד. מצא עבור אילו ערכי  $k$  יהיו למשוואה:  $f(x) = k$  שלושה פתרונות. נמק.
3. לפונקציה  $f(x) = x^4 + ax^3 - ax^2$  יש נקודת קיצון בנקודה בה  $x = 1$ .
  - א. מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .
  - ב. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
    1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
    2. נקודות החיתוך עם הצירים.
    3. תחומי העליה והירידה.
  - ג. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - ד. מצא עבור אילו ערכי  $k$  חותך הישר  $y = k$  את גרף  $f(x)$  בשתי נקודות בלבד.
4. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = ax^4 + (a-9) \cdot x^2 - 9$  בנקודה בה  $x = -1$  קטן פי חמישה משיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה  $x = 3$ .
  - א. מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .
  - ב. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
    1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
    2. נקודות החיתוך עם הצירים.
    3. תחומי העליה והירידה.
  - ג. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - ד. מצא כמה פתרונות יש למשוואה:  $f(x) = -12$ .
  - ה. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
5. הערך המקסימלי של הפונקציה:  $f(x) = -x^4 + 4p^3x$  הוא 3.
  - א. מצא את ערכו של הפרמטר החיובי  $p$ .
  - ב. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
    1. נקודות החיתוך עם הצירים.
    2. תחומי העליה והירידה.
  - ג. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - ד. נתונות המשוואה הראשונה:  $-x^4 + 4x = 24$  והשנייה:  $-x^4 + 4x = 1$ .